

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Societatea de Științe Matematice din România

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa finală – Timișoara, 30 aprilie 2008

CLASA A VII-A

Subiectul 1. Fie triunghiul ascuțitunghic ABC cu $B > C$. Ducem înălțimea AD , $D \in BC$, și perpendiculara DE pe AC , $E \in AC$. Considerăm punctul F pe segmentul DE . Arătați că dreptele AF și BF sunt perpendiculare dacă și numai dacă $EF \cdot DC = BD \cdot DE$.

Subiectul 2. Un dreptunghi se poate împărți, ducând paralele la laturile sale, în 200 de pătrate congruente și în 288 de pătrate congruente. Arătați că dreptunghiul se poate împărți și în 392 de pătrate congruente.

Subiectul 3. Fie p, q și r trei numere prime astfel încât $5 \leq p < q < r$. Știind că $2p^2 - r^2 \geq 49$ și $2q^2 - r^2 \leq 193$, determinați p, q, r .

Subiectul 4. Fie $ABCD$ un dreptunghi cu centrul O , $AB \neq BC$. Perpendiculara în O pe BD intersectează dreptele AB și BC în punctele E , respectiv F . Fie M și N mijloacele segmentelor CD , respectiv AD . Arătați că $FM \perp EN$.

Timp de lucru: 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii.