**Centrul de excelență** **17.04.2010**
**Timișoara**

# Tema nr. 11.

**A. Ecuații și inecuații în Z**
**G. Concurența liniilor importante în triunghi**

**1.** Rezolvaţi în **Z** ecuaţiile:

**a)** $7x+1=2\cdot(5x+8)$

**b)** $5\cdot(x-2)-7(x+3)=35$

**c)** $xy - 2x = -7$

**d)** $xy + x - 2y - 2 = 0$

**e)** $|x - 5| = 3$

**f)** $|2x - 6| = -8$

**g)** $|-x| = 3$

**h)** $2|x-1| + 3|1-x| = 10$

**i)** $|x-3| + |x+5| = 0$

**j)** $|x| + |y-2| = 3$

**k)** $|x - 1| + |y + 3| = 1$

**l)** $||x + 2| - 1| = 3$

**m)** $|x+5| \cdot |3y-12| = 0$

**n)** $(x+3)^2 + |y - 6| = 0$

**2.** Să se rezolve în **Z** ecuația: $\left|2x+5-|x-2|\right| = 0$

**3.** Rezolvați ecuația: $2x + 3y = 1985 - xy$, unde $x, y \in \mathbf{Z}$

**4.** Determinați numerele întregi x și y, care satisfac relațiile:

a) $(x-3)\cdot(y+2) = 12$

b) $x + xy = 18$

c) $x^2 - y^2 = 15$

d) $|x - 4| + |y+3| = 1$

**5.** Determinați perechile de numere întregi (x; y), cu $x \neq 0$, $y \neq 0$, pentru care $5 < x^2 + y^2 \leq 17$.

**6.** Rezolvați în **Z** inecuațiile:

a) $2x - 5 < -7$ b) $-5x + 6 > -9$ c) $4(x-1) - 3(x+2) < -5$

**7.** Determinați mulțimile:

$A = \{ x \in \mathbf{Z} \mid |x| \leq 5 \}$ $B = \{ x \in \mathbf{Z} \mid -6 < x - 3 \leq 3 \}$

$C = \{ x \in \mathbf{Z} \mid |x - 1| \leq 2 \}$

**G.**

**Probleme de concurență**

**-** dacă trei sau mai multe drepte au ca intersecție același punct.

**<u>Metode (procedee) de rezolvare</u>**<u>:</u>

a) demonstrăm că punctul de intersecție a două drepte aparține și celei de-a treia drepte;

b) demonstrarea concurenței a trei drepte prin identificarea acestora cu trei ceviene remarcabile ( bisectoare, înălțimi, mediane etc.) dintr-un triunghi;

c) demonstrarea concurenței prin coliniaritate.

1. Într-un triunghi ABC, mediatoarea laturii [BC] intersectează latura [AC] în punctul E. Se prelungește [BE] cu un segment [EF] congruent cu [AE].

Arătați că:

a) [AB] $\equiv$ [CF];

b) dreptele AB, CF și mediatoarea laturii BC sunt concurente.

2. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A și AD înălțime, D $\in$ (BC). În C, pe cateta AC se ridică o perpendiculară pe care se consideră [CM] $\equiv$ [AC], iar în B, pe cateta AB se construiește o perpendiculară pe care se ia [BP] $\equiv$ [AB]. Să se demonstreze că dreptele BM, CP și AD sunt concurente.

3. În triunghiul ABC se proiectează ortogonal pe laturile [BC], [CA], [AB] două puncte oarecare M și N în A' , B', C', respectiv în A'', B'' , C''. Să se demonstreze că mediatoarele segmentelor [A'A''] , [B'B''] și [C'C''] sunt concurente.

4. Fie M un punct aflat în interiorul triunghiului ABC. Dacă D, E și T sunt simetricele punctului M față de mijloacele laturilor [BC], [CA], respectiv [AB], să se arate că dreptele AD, BE și CT sunt concurente.

Probleme selectate de prof.dr. Doina Enache
Școala cu cls. I-VIII nr.19 „Avram Iancu”